

Ortaöğretim Alanı

Föy No.

MF - TM

03

Bu kitapçığın her hakkı saklıdır. Tüm hakları eis Yayınları'na aittir. Kismen de olsa alıntı yapılamaz. Metin ve sorular, kitapçığı yayımlayan şirketin önceden izni olmaksızın elektronik, mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemiyle çoğaltılamaz, yayımlanamaz.

Adı Soyadı:

TÜREV - III

LİMİTTE BELİRSİZLİK DURUMLARI

Limit hesaplamalarında karşılaşılan

$$\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty, 0 \cdot \infty, 0^0, \infty^0 \text{ ve } 1^\infty$$

biçimindeki ifadeler belirsiz durumlardır. Biz bu ifadelerden

$\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty,$ ve $0 \cdot \infty$ belirsizlikleri üzerinde duracağız.

$\frac{0}{0}$ BELİRSİZLİĞİ

Rasyonel bir fonksiyonun $x=a$ noktasındaki limit değeri hesaplanırken pay ve paydadaki fonksiyonların limitlerinin aynı anda sıfıra yaklaştığı duruma $\frac{0}{0}$ belirsizliği denir.

$\frac{0}{0}$ belirsizliğinde, fonksiyon çarpanlarına ayrılarak, köklü sayı ise eşleniği ile çarpılarak belirsizlik giderilir.

Örnek 1

Aşağıdaki limitlerin değerlerini bulunuz.

✦ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{2x - 6} = \dots\dots\dots$

.....

✦ $\lim_{x \rightarrow (-2)} \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + x - 2} = \dots\dots\dots$

.....

✦ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{25^x - 25}{5^x - 5} = \dots\dots\dots$

.....

Örnek 2

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - \sqrt[4]{x}}{\sqrt{x} - 1}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

.....

Örnek 3

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7} - 3}{x - 2}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

.....

Örnek 4

a ve b birer gerçek sayıdır.

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+a} - 2}{2x - 8} = b$$

olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?

.....

Örnek 5

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

Örnek 6

$$f(x) = x^2 + 4$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

Örnek 7

$$\lim_{x \rightarrow y} \frac{x^2 - y^2}{x^2 - xy}$$

ifadesinin eşitini bulunuz.

Örnek 8

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x-3} - 1}{x^3 - 1}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{bx} = \frac{a}{b}$$

Örnek 9

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x} = \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\sin 5x} = \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(-3x)}{2x} = \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\tan 3x} = \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(-3x)}{\tan 2x} = \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(-3x)}{-\sin 4x} = \dots$$

Örnek 10

$$\diamond \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sin(x-4)}{3x-12} = \dots\dots\dots$$

--

$$\diamond \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\tan(2x-8)}{x^2-16} = \dots\dots\dots$$

--

$$\diamond \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + \sin 3x}{\tan 4x} = \dots\dots\dots$$

--

$$\diamond \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x \cdot \tan 2x}{3x^3} = \dots\dots\dots$$

--

$$\diamond \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin 4x}{2x} = \dots\dots\dots$$

--

$$\diamond \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin\left(\frac{3}{x}\right)}{\frac{2}{x}} = \dots\dots\dots$$

--

Örnek 11

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{2 - \sqrt{4-x}}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 9 C) 12 D) 15 E) 16

(2012/LYS)

--

Örnek 12

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{2x - \pi}$$

limitinin değeri kaçtır?

--

Örnek 13

Aşağıdaki limitleri hesaplayınız.

$$\diamond \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|}{x} = \dots\dots\dots$$

--

$$\diamond \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x-2|}{x-2} = \dots\dots\dots$$

--

$$\diamond \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{|2x-6|}{x^2-9} = \dots\dots\dots$$

--

$$\diamond \lim_{x \rightarrow 4} \frac{|4-x|}{x^2-16} = \dots\dots\dots$$

--

Örnek 14

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1-x^2}{|1-x|}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

(2009/ÖSS)

--

1. $\lim_{x \rightarrow (-1)} \frac{x^2 - 1}{x + 1}$
ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{x - 5}$
ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 3

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 3x + 2}$
ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) 0 D) 2 E) 3

4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x^2 - 1}$
ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

5. $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{4x + 1} - 5}{x - 6}$
ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{1}{5}$

6. $\lim_{x \rightarrow (-2)} \frac{4x^2 - mx + 2}{x + 2}$
ifadesi bir gerçekte sayıya eşit olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -10 B) -9 C) -7 D) -6 E) -5

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x}$
ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 6x}{2x}$
ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3



9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin 2x}{x}$
ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{\sin 2x}$
ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

11. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(2x-2)}{x-1}$
ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\infty$ B) 0 C) 1 D) 2 E) ∞

12. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin\left(\frac{1}{x}\right)}{\frac{3}{x}}$
ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) $\frac{1}{3}$ C) 3 D) 6 E) ∞

13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x + 2x}{\sin 6x}$
ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{4}{6}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{7}{6}$

14. $f: \mathcal{R} - \{2\} \rightarrow \mathcal{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = 5x + \frac{|x-2|}{x-2}$$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

15. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3x}{x - |x|}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

16. $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 - 9}{|x - 3|}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) -2 D) 2 E) 6



1. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2x - 6}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 5x + 4}{12 - 3x}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^x - 1}{1 - 49^x}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) 0 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{10} - x^5}{1 - x^5}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

6. $\lim_{x \rightarrow y} \frac{x^4 - y^4}{x^2 - y^2}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) y B) 2y C) $2y^2$ D) y^3 E) y^4

7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x + 3} - 2}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) 2 D) 4 E) 8

8. m ve n birer gerçek sayıdır.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - mx + 3}{3x - 9} = n$$

olduğuna göre, m+n toplamı kaçtır?

- A) $\frac{14}{3}$ B) $\frac{13}{3}$ C) 4 D) $\frac{11}{3}$ E) $\frac{10}{3}$



9. $f: \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = x^2 + 2$$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(3x) - f(6)}{x - 2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 12 B) 18 C) 24 D) 30 E) 36

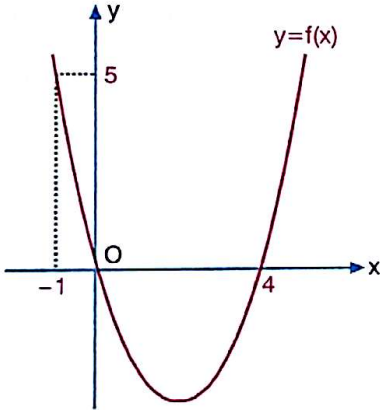
10.

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x^3 - 8|}{x^2 - 5x + 6}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -12 B) -4 C) -2 D) 6 E) 12

11. Aşağıda $y=f(x)$ parabolü çizilmiştir.



Buna göre, $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -4 B) -1 C) 0 D) 1 E) 4

12.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1 + \cos x}{x^2}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) -1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

13.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\tan(x - 2 + \pi)}{2x - 4}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

14.

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{25 - x^2}{\tan(x - 5)}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -10 B) -5 C) 0 D) 5 E) 10

15.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x \cdot \tan 3x}{x^2}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 3 E) 9

16.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x-1|}{x^2-1} + \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|1-x^3|}{x^2-1}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{3}{2}$ B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$



1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{|x - 1|}$

İfadesi için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $-\infty$ B) -1 C) 1 D) ∞ E) Yoktur.

2. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^3 + 2}{1 + \sqrt[3]{x}}$

İfadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 9 C) 18 D) 27 E) 33

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7} - \sqrt{3x+3}}{\sqrt{x+2} - 2}$

İfadesinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{4}{3}$ B) -1 C) $-\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{\tan^2 2x \cdot \sin^3 3x}{9 \cdot (\sin^2 2x) \cdot x^3 \cdot \cos 2x} \right]$

İfadesinin değeri kaçtır?

- A) 108 B) 36 C) 27 D) 9 E) 3

5. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{3x}$

İfadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{6}$

6. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\cot 3x}{\pi - 6x}$

İfadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) -2