

Bu kitapçığın her hakkı saklıdır. Tüm hakları eis Yayınları'na aittir. Kısmen de olsa alıntı yapılamaz. Metin ve sorular, kitapçı yayımlayan şirketin önceden izni olmaksızın elektronik, mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemiyle çoğaltılamaz, yayımlanamaz.

Ortaöğretim Alanı

Föy No.

**MF - TM**

**04**

Adı Soyadı: .....

## TÜREV - IV

### $\frac{\infty}{\infty}$ BELİRSİZLİĞİ

Rasyonel bir fonksiyonda limit değeri hesaplanırken pay ve paydadaki fonksiyonların limitlerinin aynı anda sonsuza yaklaştığı duruma  $\frac{\infty}{\infty}$  belirsizliği denir.

m ve n birer doğal sayıdır.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0}{b_m x^m + \dots + b_1 x + b_0} = \begin{cases} 0, & n < m \\ \frac{a_n}{b_m}, & n = m \\ \pm\infty, & n > m \end{cases}$$

### Örnek 1

◆  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-1}{2x+1} = \dots$

.....

◆  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 4x + 1}{3x^2 - 4x^3 + 2} = \dots$

.....

◆  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 1}{x^3 - 1} = \dots$

.....

◆  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - x + 1}{x^2 - 1} = \dots$

.....

### Örnek 2

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 8^{\frac{2x+5}{4-3x}}$$

ifadesinin değerini bulunuz.

.....

### Örnek 3

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(16x-1) \cdot (3x-4)^2}{(2x-1)^3}$$

ifadesinin değerini bulunuz.

.....

### Örnek 4

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(a-1)x^3 + bx^2 + 4x}{2x^2 - 4} = 4$$

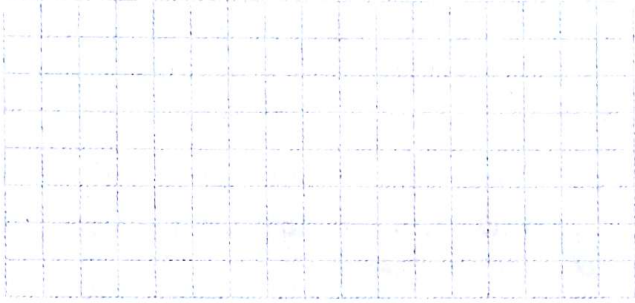
olduğuna göre, a+b toplamını bulunuz.

.....

**Örnek 5**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin 4x + 2x}{3x - \cos 2x}$$

ifadesinin değerini bulunuz.

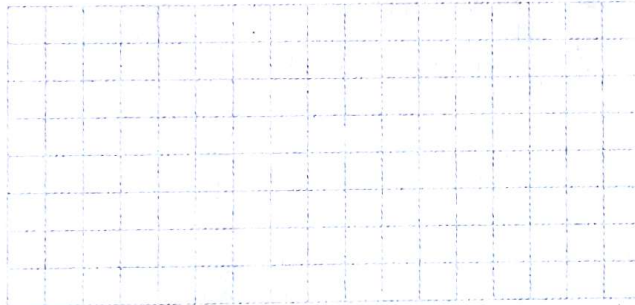
**Örnek 6**

$$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2}$$

olduğuna göre,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  kaçtır?

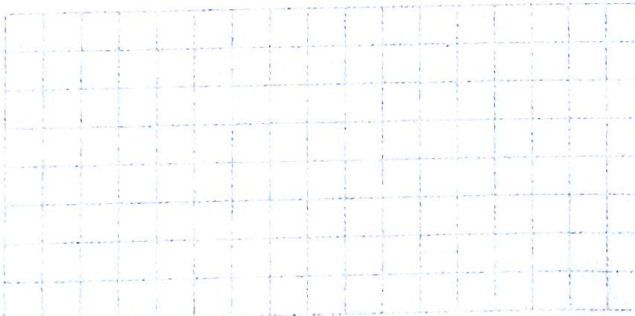
- A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{2}{3}$       C) 0      D) 1      E) 2

(2006/ÖSS)

**Örnek 7**

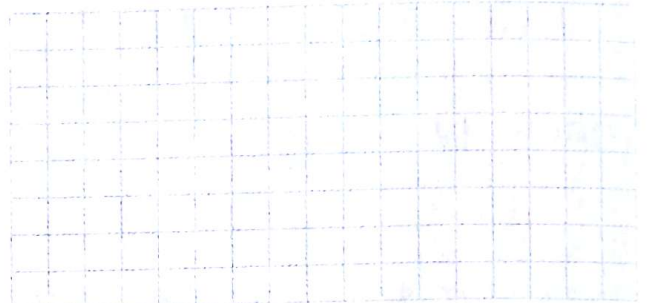
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x}{|x-2|} + \frac{4x-1}{|-4x|} \right)$$

ifadesinin değerini bulunuz.

**Örnek 8**

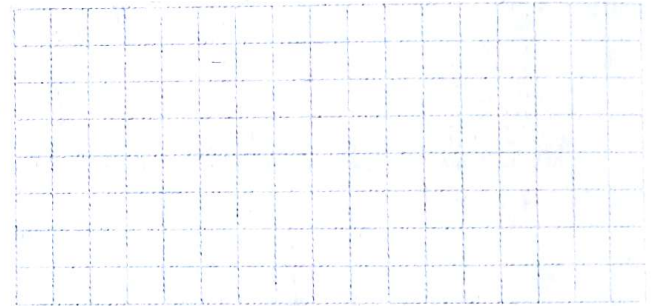
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x - \sqrt{4x^2 - 3x + 1}}{2x + \sqrt{x^2 + 5x + 10}}$$

ifadesinin değerini bulunuz.

**Örnek 9**

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{16x^2 - 2x + 5}}{x + 5}$$

ifadesinin değerini bulunuz.



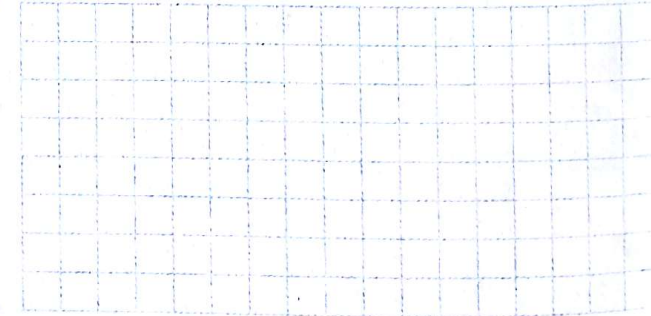
$a \in \mathcal{R}^+$ ,  $a \neq 1$ ,  $x \rightarrow \infty$  ve  $n$  doğal sayı olmak üzere,

$$x^x > x! > a^x > x^n > \log_a x$$

**Örnek 10**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x! + 5^x}{x^5 + x^x}$$

ifadesinin değerini bulunuz.



**Örnek 11**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^{x+2} + 7^{x-1}}{7^{x+1} + 5^{x-4}}$$

ifadesinin değerini bulunuz.

**Örnek 12**

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^{x+1} - 3^{x-1}}{2^x + 3^{x+1}}$$

ifadesinin değerini bulunuz.

**Örnek 13**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{-3x} + e^{2x}}{\ln x + 3e^{2x}}$$

ifadesinin değerini bulunuz.

**0.∞ BELİRSİZLİĞİ**

Çarpım şeklindeki iki fonksiyondan birinin limitinin sıfıra diğerinin limitinin sonsuza yaklaştığı duruma **0.∞ belirsizliği** denir.

$$0 \cdot \infty = \frac{0}{\frac{1}{\infty}} = \frac{0}{0} \text{ veya } 0 \cdot \infty = \frac{1}{\infty} \cdot \infty = \frac{\infty}{\infty}$$

belirsizliklerine dönüştürülerek işlem yapılır.

**Örnek 14**

Aşağıdaki limitlerin sonucunu bulunuz.

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( x \cdot \sin \frac{5}{x} \right) = \dots\dots\dots$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} (2x \cdot \cot 3x) = \dots\dots\dots$

**Örnek 15**

$$a_n = (3n - 2) \sin \left( \frac{1}{n} \right)$$

ile verilen dizi için  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  kaçtır?

- A)  $-\frac{3}{2}$       B)  $\frac{2}{3}$       C)  $-1$       D)  $0$       E)  $3$

(2009/ÖSS)



$\infty - \infty$  BELİRSİZLİĞİ

Fark şeklindeki iki fonksiyonun limitlerinin sonsuza yaklaştığı duruma  $\infty - \infty$  belirsizliği denir.

$\lim_{x \rightarrow \mp\infty} (f(x) - g(x)) = \infty - \infty$  belirsizliği  $\frac{0}{0}$  ya da  $\frac{\infty}{\infty}$  belirsizliklerinden birine dönüştürülerek işlem yapılır.

**Örnek 16**

$$\lim_{x \rightarrow 4} \left( \frac{8}{x^2 - 16} - \frac{1}{x - 4} \right)$$

ifadesinin değerini bulunuz.

$a > 0$  olmak üzere,

$$\lim_{x \rightarrow \mp\infty} \sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{a} \cdot \lim_{x \rightarrow \mp\infty} \left| x + \frac{b}{2a} \right|$$

**Örnek 17**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{16x^2 - 8x + 7} - 4x)$$

ifadesinin değerini bulunuz.

**Örnek 18**

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x + \sqrt{9x^2 - 4x + 3})$$

ifadesinin değerini bulunuz.

**Örnek 19**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 1} - \sqrt{x^2 + 1})$$

limitinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{3}{2}$       C)  $\frac{5}{2}$       D) 1      E) 2  
(2011/LYS)



1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 4x + 1}{3 - x^2}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A)  $-\frac{5}{2}$     B)  $-2$     C)  $0$     D)  $\frac{1}{2}$     E)  $1$

2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-2)^2}{3x^2 - 4x + 1}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A)  $0$     B)  $\frac{1}{3}$     C)  $\frac{2}{3}$     D)  $1$     E)  $\frac{4}{3}$

3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 1}{x^3 - x^2 + 1}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A)  $-\infty$     B)  $-2$     C)  $0$     D)  $2$     E)  $\infty$

4.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^2 + 5}}{x - 8}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A)  $-3$     B)  $-1$     C)  $0$     D)  $1$     E)  $3$

5.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-2) \cdot (2n-4)}{4-2n^2}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A)  $-3$     B)  $-2$     C)  $-1$     D)  $1$     E)  $2$

6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} 2^{\frac{4x+1}{x^2+1}}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A)  $\sqrt[4]{2}$     B)  $1$     C)  $\sqrt{2}$     D)  $4$     E)  $16$

7.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x - 5^x + 1}{3^{x+2} + 7^x - 1}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $-\infty$     B)  $0$     C)  $\frac{1}{3}$     D)  $\frac{1}{9}$     E)  $\infty$

8.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-x^2}{-x}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $-\infty$     B)  $-1$     C)  $0$     D)  $1$     E)  $\infty$

eis  
Yayıncılık

eis  
Yayıncılık

eis  
Yayıncılık



9.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-1)^2 \cdot (x+1)^3}{(3x-1)^3 \cdot (x-1)^2}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{1}{27}$     B)  $\frac{1}{9}$     C)  $\frac{4}{27}$     D)  $\frac{7}{27}$     E)  $\frac{1}{3}$

10.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(a+3)x+1}{(a-2)x+4} = 2$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 5    B) 6    C) 7    D) 8    E) 9

11.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{16x^2} - 5}{-2x + 3}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -2    B) -1    C) 1    D) 2    E) 4

12.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|3x-1|}{x+3}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -3    B) -1    C) 1    D) 3    E) 6

13.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x + \sqrt{4x^2 - x + 1}}{2x - \sqrt{x^2 + x + 2}}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2    B) 3    C) 4    D) 5    E) 6

14.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + \sqrt{16x^2 - 4x + 1}}{x + \sqrt{9x^2 - x + 1}}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 8

15.

$$(a_n) = \left( \frac{1+2+3+\dots+n}{n^2} \right)$$

olduğuna göre,  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n)$  ifadesinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{1}{2}$     B) 1    C)  $\frac{3}{2}$     D) 2    E)  $\frac{5}{2}$

16.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 \cdot 3^x - 2^x}{2 \cdot 3^x + 2^x}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -2    B) -1    C) 0    D) 1    E) 2



$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x + \sqrt{3x + \sqrt{2x}}}}{\sqrt{x + \sqrt{4x + \sqrt{11x}}}}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{1}{4}$     B)  $\frac{3}{4}$     C) 1    D) 2    E) 4

$$2. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x + \sqrt{9x^2 - 2x + 1}}{\sqrt{x^2 - \sqrt{4x^2 + 1}}}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -7    B) -3    C)  $-\frac{7}{3}$     D)  $\frac{7}{3}$     E) 7

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x - \sin x + \cos x}{3x + 2^{-x} + 5^{-x}}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5

4. n nin r li kombinasyonu C(n, r) olmak üzere,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{C(n, 3) \cdot C(n, 2)}{C(n, 5)}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 12    B) 10    C) 6    D) 2    E) 1

$$5. (a_n) = \left( \frac{(a-4)n^3 + (b-4)n^2 + 3}{4n^2 + n + 3} \right)$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n) = 2$  olduğuna göre, a+b toplamı kaçtır?

- A) 8    B) 10    C) 12    D) 16    E) 18

6. a ve b gerçekte sayılardır.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( x - \frac{x^3 + 2x^2 - 1}{ax^2 - 4x + 1} \right) = b$$

olduğuna göre, a+b toplamı kaçtır?

- A) -6    B) -5    C) -4    D) -2    E) -1

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4^{x+1} + e^x}{3^{x-1} + 2^{2x-1}}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 4    B) 8    C) 12    D) 16    E) 24

$$8. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+2)! + x^3}{x^{x-2} - 3^x}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A)  $-\infty$     B)  $-\frac{1}{3}$     C) 0    D)  $\frac{1}{3}$     E)  $\infty$

eis  
Yayıncılık

eis  
Yayıncılık

eis  
Yayıncılık



9.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 2x \cdot \sin \frac{3}{x} \right)$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

10.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (3x \cdot \cot x)$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 9

11.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[ (3x-1) \cdot \sin \frac{2}{x} \right]$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) 3 D) 6 E) 12

12.  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left( \frac{4}{x-2} + \frac{x^2}{2-x} \right)$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

13.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2+1} - 2x)$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

14.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2+x} - \sqrt{4x^2+9})$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A)  $-\frac{1}{16}$  B)  $-\frac{1}{4}$  C) 0 D)  $\frac{1}{4}$  E)  $\frac{1}{16}$

15.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [\sqrt{9x^2-12x+15} - (5-3x)]$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

16. P(x) ve Q(x) birer polinomdur.

$$P(x) = x^{\frac{240}{n}} - 4$$

$$Q(x) = x^{\frac{n}{15}} + 4$$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{P(x)}{Q(x)}$  ifadesinin değeri bir gerçekteki sayı olduğuna göre, n'nin alabileceği kaç farklı değer vardır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1