

Ortaöğretim Alanı

Föy No.

**MF - TM**

**02**

Bu kitabın her hakkı saklıdır. Tüm hakları eis Yayınları'na aittir. Kısmen de olsa alıntı yapılamaz. Metin ve sorular, kitapçı yayımlayan şirketin önceden izni olmaksızın elektronik, mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemiyle çoğaltılamaz, yayımlanamaz.

Adı Soyadı: .....

## TÜREV - II

### PARÇALI VE MUTLAK DEĞER FONKSİYONLARIN LİMİTİ

Parçalı ve mutlak değer fonksiyonlarının kritik noktalarının limiti sorulduğunda o noktadaki sağdan ve soldan limitine bakılır.

#### Örnek 1

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  olmak üzere,

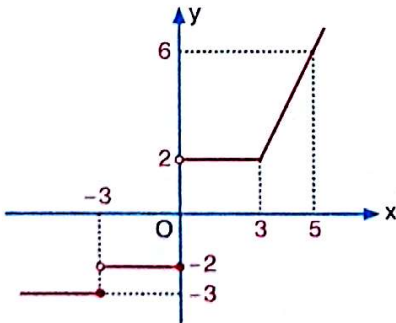
$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & x > 2 \\ 5, & x = 2 \\ -x^2, & x < 2 \end{cases}$$

olduğuna göre, aşağıdaki ifadeleri bulunuz.

- a)  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \dots\dots\dots$
- b)  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \dots\dots\dots$
- c)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \dots\dots\dots$

#### Örnek 2

Aşağıda  $y=f(x)$  parçalı fonksiyonunun grafiği çizilmiştir.



- a)  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \dots\dots\dots$       b)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \dots\dots\dots$
- c)  $\lim_{x \rightarrow (-3)} f(x) = \dots\dots\dots$       d)  $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = \dots\dots\dots$

#### Örnek 3

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} 3ax - 2, & x > 4 \\ 4x + 6, & x \leq 4 \end{cases}$$

fonksiyonunun her  $x$  gerçekte sayı için limiti olduğuna göre,  $a$  kaçtır?

.....

#### Örnek 4

$$f(x) = \begin{cases} 2x - m, & x > 4 \\ 3, & x = 4 \\ -3x + n, & x < 4 \end{cases}$$

fonksiyonunun her  $x$  gerçekte sayı için limiti olduğuna göre,  $m+n$  toplamı kaçtır?

.....

#### Örnek 5

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x-4|}{x-4}, & x \neq 4 \\ 1, & x = 4 \end{cases}$$

olduğuna göre,  $f(x)$  fonksiyonunun  $x=4$  apsisli noktasındaki limitini inceleyiniz.

.....

## GENİŞLETİLMİŞ GERÇEK SAYILARDA İŞLEMLER

- ◆  $\infty + c = \infty$  , ( $c \in \mathcal{R}$ )
- ◆  $\infty - c = \infty$  , ( $c \in \mathcal{R}$ )
- ◆  $c \cdot \infty = \infty$  , ( $c > 0$ )
- ◆  $c \cdot \infty = -\infty$  , ( $c < 0$ )
- ◆  $\infty + \infty = \infty$
- ◆  $\infty \cdot \infty = \infty$
- ◆  $\infty^n = \infty$  , ( $n \in \mathcal{N}^+$ )
- ◆  $(-\infty)^{2n} = \infty$  , ( $n \in \mathcal{N}^+$ )
- ◆  $(-\infty)^{2n+1} = -\infty$  , ( $n \in \mathcal{N}^+$ )

## Örnek 6

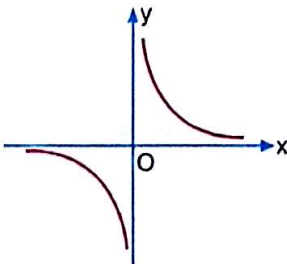
Aşağıdaki ifadelerin limitlerini bulalım.

- a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x^2 - 3x - 1) = \dots\dots\dots$
- b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (-x^2 + 5x + 1) = \dots\dots\dots$
- c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (5x^2 - x + 1) = \dots\dots\dots$
- d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^3 - 3x - 7) = \dots\dots\dots$

$$\lim_{x \rightarrow \mp \infty} (a_n x^n + \dots a_1 x + a_0) = \lim_{x \rightarrow \mp \infty} (a_n x^n)$$

## Örnek 7

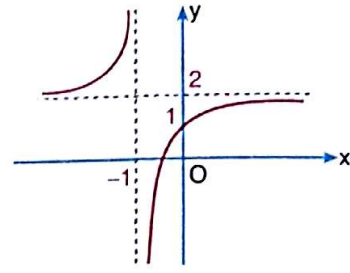
Aşağıda  $f: \mathcal{R} - \{0\} \rightarrow \mathcal{R}$  olmak üzere,  $f(x) = \frac{1}{x}$  fonksiyonunun grafiği çizilmiştir.



Buna göre, aşağıdaki limitleri hesaplayınız.

- a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \dots\dots\dots$     b)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \dots\dots\dots$
- c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots\dots\dots$     d)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \dots\dots\dots$

## Örnek 8



Yukarıdaki şekilde  $f: \mathcal{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathcal{R} \setminus \{2\}$  fonksiyonunun grafiği gösterilmiştir.

Buna göre,

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

limitlerinin toplamı kaçtır?

- A) -2    B) -1    C) 0    D) 1    E) 3  
(2010/LYS)

c gerçek sayı olmak üzere,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{c}{x} = 0 \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{c}{x} = +\infty, (c > 0) \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{c}{x} = -\infty, (c > 0)$$

## Örnek 9

Aşağıdaki limitlerin sonucunu bulunuz.

- a)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4}{x-2} = \dots\dots\dots$
- b)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{4}{x-2} = \dots\dots\dots$
- c)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4}{x-2} = \dots\dots\dots$
- d)  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x-9}{2x-6} = \dots\dots\dots$

$$e) \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{-3x - 4}{x + 1} = \dots\dots\dots$$

$$f) \lim_{x \rightarrow (-2)} \frac{4x + 3}{(x + 2)^2} = \dots\dots\dots$$

$$g) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{2x + 1} = \dots\dots\dots$$

$$h) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-5}{x - 1} = \dots\dots\dots$$

$$k) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{4}\right)^x = \dots\dots\dots$$

$$l) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4}{3}\right)^x = \dots\dots\dots$$

$$m) \lim_{x \rightarrow 5^-} 3^{\frac{2}{x-5}} = \dots\dots\dots$$

$$n) \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{3} = \dots\dots\dots$$

$$o) \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(4^{-\frac{1}{x}} + 2^{-x+2} - \frac{3}{5^{-x}} + 1\right) = \dots\dots\dots$$

### Örnek 10

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x + 1}{|x - 1|}$$

ifadesinin eşitini bulunuz.

eis  
Tayınlan

### Örnek 11

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{|4 - x|}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

eis  
Tayınlan

### Örnek 12

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{10}{x^2 - 2x - 15}$$

ifadesinin eşitini bulunuz.

eis  
Tayınlan

**Örnek 13**

$$(a_n) = \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

$$(b_n) = (n^2 - 3n + 5)$$

olduğuna göre,

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n) = \dots\dots\dots$       b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (b_n) = \dots\dots\dots$

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} a_n &= \sum_{n=1}^{\infty} (a_1 \cdot r^{n-1}) \\ &= a_1 + a_1 \cdot r + a_1 \cdot r^2 + \dots \\ &= a_1 \cdot (1 + r + r^2 + \dots) \\ &= a_1 \cdot \frac{1}{1-r}, \quad |r| < 1 \text{ ve } r \neq 0 \end{aligned}$$

**Örnek 14**

$(a_n) = \left(\frac{1}{5}\right)^n$  dizisinin ilk n teriminin toplamı  $S_n$  olmak üzere,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$$

limitinin değeri kaçtır?

**Örnek 15**

$(a_n) = \left(\frac{1}{n^2 + n}\right)$  dizisinin ilk n teriminin toplamı  $S_n$  olmak üzere,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$$

limitinin değeri kaçtır?

**Örnek 16**

$$\frac{1}{1.3} + \frac{1}{2.4} + \frac{1}{3.5} + \dots$$

sonsuz toplamının değeri kaçtır?

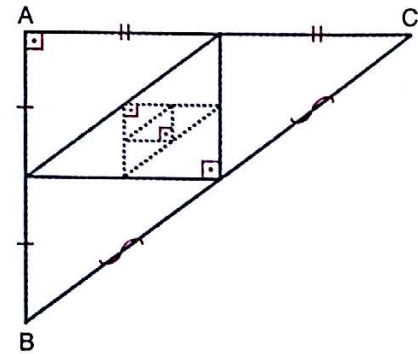
**Örnek 17**

Bir top 24 m yükseklikten yere bırakılıyor. Her seferinde bir önceki yüksekliğin  $\frac{2}{3}$  ü kadar yükselip tekrar yere çarpıyor.

Buna göre, top durana kadar dikey olarak toplam kaç metre yol alır?

**Örnek 18**

ABC dik üçgeninin içine kenarlarının orta noktaları birleştirilerek yeni bir dik üçgen çizilmiştir. Bu işlem elde edilen her dik üçgen için yapılarak iç içe sonsuz tane üçgen çiziliyor.



$|AC| = 8$  cm,  $|AB| = 6$  cm olduğuna göre, ABC üçgeni ile iç içe oluşan tüm üçgenlerin çevreleri toplamı kaç cm'dir?

1.  $f: \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$  olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2, & x > 3 \\ 2x + 1, & x \leq 3 \end{cases}$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A)  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 7$

B)  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 7$

C)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 6$

D)  $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = 23$

E)  $\lim_{x \rightarrow (-1)} f(x) = -1$

2.  $f: \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$  olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & x > 3 \\ 3x + a, & x \leq 3 \end{cases}$$

fonksiyonunun  $x=3$  apsisli noktasında limiti olduğuna göre,  $a$  kaçtır?

A) -5

B) -4

C) -2

D) 0

E) 4

3.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^3 + 2x^2 - 3)$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $-\infty$

B) 0

C) 1

D) 2

E)  $\infty$

4.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (-2x^3 + 4)$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $-\infty$

B) -1

C) 0

D) 1

E)  $\infty$

5.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^5 - 3x^3 - 4)$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $-\infty$

B) -1

C) 0

D) 1

E)  $\infty$

6.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^2 - 3x - 5)$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $-\infty$

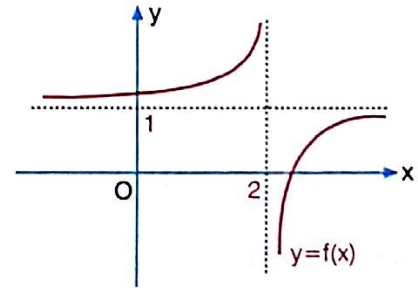
B) -2

C) 0

D) 2

E)  $\infty$

7. Aşağıda  $y=f(x)$  fonksiyonunun grafiği çizilmiştir.



Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \infty$

B)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \infty$

C)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$

D)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$

E)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$

8.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{5}{x}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $-\infty$

B) -1

C) 0

D) 1

E)  $\infty$

9.  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3}{x-2}$   
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $-\infty$  B)  $-1$  C)  $0$  D)  $1$  E)  $\infty$

10.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{4}\right)^x$   
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $-\infty$  B)  $-1$  C)  $0$  D)  $1$  E)  $\infty$

11.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(5^{-x} + 8^{\frac{1}{x}} - 4\right)$   
ifadesinin değeri kaçtır?

A)  $-6$  B)  $-5$  C)  $-4$  D)  $-3$  E)  $-2$

12.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3}{(x-3)^2}$   
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $-\infty$  B)  $-2$  C)  $0$  D)  $2$  E)  $\infty$

13.  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4x-1}{x-2}$   
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $-\infty$  B)  $-7$  C)  $0$  D)  $7$  E)  $\infty$

14.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^x$   
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $-\infty$  B)  $-\frac{3}{4}$  C)  $0$  D)  $\frac{4}{3}$  E)  $\infty$

15.  $f(x) = \frac{12000 + 0,9 \cdot x}{x}$   
olduğuna göre,  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  ifadesinin değeri kaçtır?

A)  $-\infty$  B)  $-1$  C)  $0$  D)  $1$  E)  $\infty$

16.  $(a_n) = \left(\frac{1}{3}\right)^n$  dizisinin ilk  $n$  terimi toplamı  $S_n$  olmak üzere,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$$

limitinin değeri kaçtır?

A)  $\frac{1}{2}$  B)  $\frac{1}{3}$  C)  $\frac{1}{4}$  D)  $\frac{1}{5}$  E)  $\frac{1}{6}$



$$1. \quad f(x) = \begin{cases} 2x-3, & x > 5 \\ 10, & x = 5 \\ 1-x, & x < 5 \end{cases}$$

olduğuna göre,  $\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 5^-} f(x)$  ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 6      E) 7

$$2. \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (-4x^3 - 3x - 1)$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $-\infty$       B)  $-1$       C)  $0$       D)  $1$       E)  $\infty$

$$3. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{5}\right)^x$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $-\infty$       B)  $-1$       C)  $0$       D)  $1$       E)  $\infty$

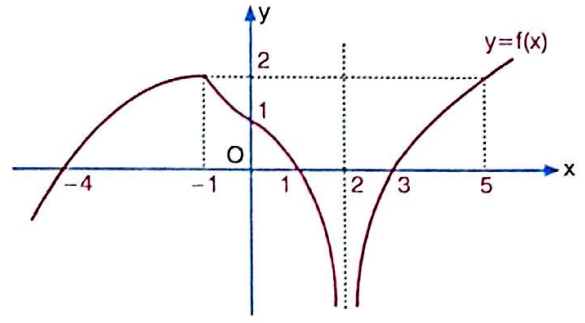
4.  $f: \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$  olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} 4x-17, & x < 5 \\ 3, & x = 5 \\ \frac{2x+1}{5}, & x > 5 \end{cases}$$

$\lim_{x \rightarrow 7} f(x) = p$  olduğuna göre,  $\lim_{x \rightarrow p} f(x)$  ifadesinin değeri kaçtır?

- A)  $-5$       B)  $-4$       C)  $-3$       D)  $-2$       E)  $-1$

5. Aşağıda  $y=f(x)$  fonksiyonunun grafiği çizilmiştir.



Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A)  $\lim_{x \rightarrow (-4)} f(x) = 0$       B)  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = 2$   
 C)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1$       D)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty$   
 E)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \text{Yoktur}$

6.

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \left( \frac{4}{2^{x-3}} \right)$$

ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $-\infty$       B)  $-2$       C)  $0$       D)  $2$       E)  $\infty$

7.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x-2|}{x-2}, & x \neq 2 \\ 3, & x = 2 \end{cases}$$

fonksiyonunun  $x=2$  apsisli noktasındaki limiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $-1$       B)  $0$       C)  $2$       D)  $3$       E) Yoktur.

8.

$$f(x) = \begin{cases} x-1, & x > 2 \\ x^2-2x, & x = 2 \\ \sqrt[3]{2x-3}, & x < 2 \end{cases}$$

olduğuna göre,  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  ifadesinin değeri kaçtır?

- A) Yoktur.      B)  $-2$       C)  $-1$       D)  $0$       E)  $1$

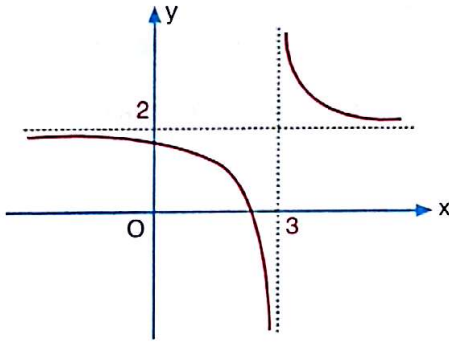




9.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - 3^x}{3 - 2^x}$   
ifadesinin değeri kaçtır?

A) 0 B)  $\frac{1}{2}$  C)  $\frac{2}{3}$  D) 1 E)  $\frac{3}{2}$

10. Aşağıda  $y=f(x)$  fonksiyonunun grafiği çizilmiştir.



- Buna göre,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) + \lim_{x \rightarrow -\infty} f^{-1}(x)$  ifadesinin değeri kaçtır?

A)  $-\infty$  B) 5 C) 3 D) 1 E)  $\infty$

11.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( 3^{\frac{1}{x}} + 2 \left( \frac{1}{3} \right)^x + 4 \right)$   
ifadesinin değeri kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

12.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( 3^{-x+2} + 2^{\frac{3}{x}} + 2x - 1 \right)$   
ifadesinin değeri kaçtır?

A) 11 B) 9 C) 8 D) 6 E) -1

13.  $(a_n)$  dizisinin genel terimi,

$$a_n = \frac{1}{3^{n+1}} + 2^{1-3n} + 1$$

- olduğuna göre,  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n)$  ifadesinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

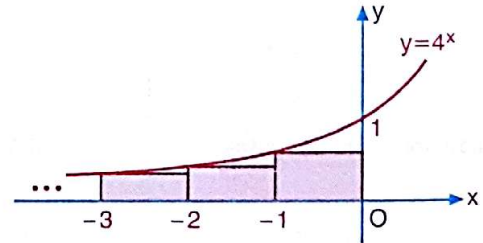
14.  $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots$

- sonsuz toplamının sonucu kaçtır?

A)  $\frac{1}{5}$  B)  $\frac{1}{4}$  C)  $\frac{1}{3}$  D)  $\frac{1}{2}$  E) 1



15. Aşağıda  $y=4^x$  eğrisinin grafiği çizilmiştir.



- Bir köşesi  $y=4^x$  fonksiyonunun üzerinde olacak şekilde çizilen sonsuz sayıda dikdörtgenlerin alanları toplamı kaç  $br^2$ 'dir?

A)  $\frac{1}{3}$  B)  $\frac{1}{2}$  C)  $\frac{2}{3}$  D)  $\frac{4}{9}$  E)  $\frac{5}{9}$



16.  $\lim_{x \rightarrow 100^+} \frac{2x}{2 - \log x}$

- ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $-\infty$  B) -200 C) 200 D)  $\infty$  E) Yoktur.